

## REPRESENTASI MATEMATIS SEBAGAI ALAT UNTUK PEMAHAMAN MATEMATIKA YANG LEBIH MENDALAM BAGI SISWA SEKOLAH DASAR

I Komang Sesara Ariyana\*

*Sekolah Tinggi Agama Hindu Negeri Mpu Kuturan Singaraja*

### Artikel Info

*Received: 2021-02-05*

*Revised : 2021-03-12*

*Accepted: 2021-03-21*

### Kata kunci:

Matematika, Pemahaman,  
Representasi Matematis,  
Sekolah Dasar

### Keywords:

*Elementary Math,  
Mathematical  
Representation,  
Mathematical  
Understanding*

### Abstrak

Representasi adalah gambaran mental dari proses belajar yang dapat dipahami melalui pengembangan mental yang ada dalam diri seseorang dan tercermin seperti yang divisualisasikan dalam wujud verbal, gambar, atau benda-benda kongkrit. Representasi matematis adalah ungkapan-ungkapan dari ide-ide atau konsep-konsep matematika yang ditampilkan siswa sebagai model atau bentuk pengganti dari suatu situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi dari masalah yang sedang dihadapinya sebagai hasil dari interpretasi pikirannya. Representasi merupakan salah satu standar proses dalam NCTM (2000) yang mengharuskan setiap anak untuk mampu merepresentasikan apa yang ada dalam pikirannya untuk dituangkan dalam berbagai bentuk representasi seperti simbol matematis, bahasa lisan, penggunaan benda fisik, serta gambar dan tabel. Kedalaman pemahaman matematika bergantung pada kemampuan anak dalam merepresentasikan ide yang dipikirkannya. Pembelajaran matematika di jenjang sekolah dasar lebih banyak pada penggunaan benda fisik dan konkrit sesuai pada tingkat perkembangan kognitifnya. Benda fisik dan konkrit harus menjadi dasar bagi pengembangan kemampuan representasi matematis anak sehingga masuk akal baginya mengenai matematika, dan bahkan dalam memahami situasi dunia nyata sekalipun. Tujuan dari tulisan ini adalah untuk mendeskripsikan 1) pengertian representasi matematis, 2) hubungan representasi matematis dengan pemahaman matematika, 3) peranan representasi matematis, dan 4) beberapa contoh representasi matematis dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar.

### Abstract

Representation is a mental picture of the learning process that can be understood through mental development that is in a person and is reflected as visualized in the form of verbal, pictures, or concrete objects. Mathematical representations are expressions of mathematical ideas or concepts presented by students as a model or substitute form of a problem situation that is used to find solutions to the problems they are facing as a result of their interpretation of thoughts. Representation is one of the standard processes in NCTM (2000) which requires every child to be able to represent what is on his mind to be expressed in various forms of representation such as mathematical symbols, oral language, use of physical objects, as well as pictures and tables. The depth of mathematical understanding depends on the child's ability to represent the ideas he/she thinks about. Mathematics learning at the elementary school level is more on the use of physical and concrete objects according to the level of cognitive development. Physical and concrete objects

\* Corresponding author:

E-mail : [sesaraariyana@gmail.com](mailto:sesaraariyana@gmail.com) (I Komang Sesara Ariyana)

must be the basis for the development of a child's mathematical representation ability so that it makes sense to him/her about mathematics, and even in understanding real-world situations. The purpose of this paper is to describe 1) the notion of mathematical representations, 2) the relationship between mathematical representations and mathematical understanding, 3) the role of mathematical representations, and 4) several examples of mathematical representations in mathematics learning in elementary schools.

## I. PENDAHULUAN

Setiap manusia memiliki buah pikiran atau ide yang unik terhadap suatu informasi atau masalah yang sedang dihadapi. Seringkali buah pikiran dituangkan dalam sebuah bahasa lisan ataupun tulisan, bahkan gambar. Apabila seseorang tidak mengungkapkan buah pikirannya, maka orang lain tidak akan mengetahui apa yang dipikirkan oleh orang tersebut. Maka dari itu, dirasa penting bahwa buah pikiran harus diungkapkan sehingga orang lain dapat memahami apa yang terjadi dalam benaknya. Ketika seorang anak mampu menuangkan buah pikirannya dalam bentuk bahasa lisan maupun tulisan, atau bahkan gambar, maka dapat dikatakan anak tersebut telah melalui proses berpikir.

Demikian halnya juga pada pembelajaran matematika. Matematika sejatinya adalah sebuah aktivitas berpikir. Objek kajiannya yang terkesan abstrak seringkali membuat anak usia sekolah kurang memahami apa sebenarnya matematika. Bahkan ketika mereka sudah menjadi lebih dewasa, matematika dan konsep di dalamnya sering disalahpahami. Padahal, tidak ada manusia yang tidak memerlukan matematika, walaupun banyak orang tidak menyukainya. Ada banyak faktor penyebab mengapa persepsi negatif ini bisa terjadi. Salah satunya adalah bahwa pembelajaran tidak menitikberatkan pada proses matematika yang bermakna.

Matematika bukanlah sekedar ilmu berhitung. Terlebih pada pembelajaran matematika, di jenjang sekolah apapun, tidak cukup hanya mengajarkan siswa untuk menjawab benar sebuah soal atau masalah matematika. Pembelajaran matematika tidak hanya berfokus pada jawaban benar sebagai produk, melainkan harus berfokus pada prosesnya juga. Secara sederhana, ketika suatu proses dilakukan dengan baik dan benar, maka akan diperoleh hasil atau produk yang baik dan benar juga. Begitu pula dalam pembelajaran matematika.

Menurut NCTM (2000), proses yang dimaksud dalam pembelajaran matematika dibedakan menjadi lima standar proses, yaitu kemampuan pemecahan masalah, kemampuan penalaran dan pembuktian, kemampuan komunikasi, kemampuan koneksi (menghubungkan konsep atau ide), dan kemampuan representasi. Kelima proses ini sebenarnya harus dapat difasilitasi dalam setiap topik pembelajaran matematika karena saling berhubungan antara satu dengan lainnya. Sehingga pembelajaran matematika dapat dipahami oleh siswa secara lebih bermakna. Ini menjadi indikator kemampuan siswa bahwa ketika siswa mengalami kesulitan dalam memahami atau menyelesaikan masalah matematika, kemungkinannya adalah ada proses matematis yang masih belum berkembang dalam benak anak tersebut. Pemahaman matematika yang maksimal dapat terjadi apabila kelima standar proses ini dimiliki oleh anak dan mampu untuk senantiasa mengembangkannya.

Dalam menyelesaikan masalah matematika, penting bagi guru untuk memiliki sikap memberikan bantuan kepada siswa agar mereka dapat melakukan proses matematika dengan baik. Rivera (2014) mengemukakan bahwa guru harus membantu anak dalam hal mengkoordinasikan dua tindakan, yaitu tindakan pada proses dan tindakan pada penerjemahan. Tindakan pemrosesan melibatkan menggambar dan diagram dan membuat tabel yang menunjukkan bagaimana mereka memandang hubungan dalam suatu masalah. Sedangkan tindakan pada penerjemahan melibatkan konversi tindakan pemrosesan dalam bentuk matematika yang benar.

Lebih lanjut, Rivera (2014) menyatakan bahwa dalam aktivitas pemecahan masalah soal cerita di sekolah dasar, guru perlu menyadari masalah potensial berikut yang mungkin terjadi akibat dari aspek proses dan/atau aspek penerjemahan yang masih lemah. Pada aspek proses, perlu diketahui komponen representasi mana yang menjadi penyebab timbulnya masalah bagi siswa.

Sedangkan pada aspek penerjemahan, bergantung pada pemahaman mereka tentang notasi dan simbol, terutama dengan anak-anak kecil. Kedua aspek ini bermuara pada pemahaman matematika mereka. Sementara pada jenjang sekolah dasar, bila dilihat dari teori perkembangan kognitif oleh Jean Piaget, anak usia sekolah dasar berada pada tahap operasional konkret dimana kemampuan berpikir anak mungkin sudah logis tetapi masih berorientasi pada persepsi dan terbatas pada realitas fisik (Reys, Lindquist, Lambdin, & Smith, 2014). Maka perlu disadari bahwa pembelajaran matematika haruslah berangkat dari sesuatu yang dianggap konkret oleh siswa.

Menurut Hutagaol (2013), kemampuan representasi matematis siswa dianggap hanya merupakan bagian kecil dari sasaran pembelajaran. Padahal, representasi matematis selalu ada di setiap materi atau konsep matematika. Hal ini berarti standar proses atau kemampuan representasi matematis harus senantiasa dikembangkan. Kemampuan representasi matematis diperlukan siswa untuk memahami konsep-konsep matematika dan untuk mengkomunikasikan ide-ide matematika (Mahendra, Mulyono, & Isnarto, 2019). Apabila siswa memiliki kemampuan merepresentasikan gagasan mereka, artinya mereka telah memperluas kapasitas untuk berpikir secara matematis (Sapitri & Ramlah, 2020). Representasi yang dikonstruksi siswa ketika menyelesaikan masalah dan menginvestigasi ide-ide matematika merupakan kebiasaan yang penting dalam membantu siswa memahami dan menyelesaikan masalah, serta menyediakan cara yang bermakna untuk menuliskan metode penyelesaian dan menggambarkan metode untuk yang lain (Dahlan & Juandi, 2011).

Herdiman, Jayanti, & Pertiwi (2018) mengungkapkan bahwa proses pembelajaran yang menggunakan representasi matematis memberikan manfaat bagi guru maupun siswa. Bagi guru, penggunaan representasi dapat memacu peningkatan kemampuan mengajar guru, dan guru dapat melihat sekaligus menelaah bagaimana cara siswa berpikir tentang matematika sehingga dapat diketahui apakah kemampuan representasi matematis siswa tersebut tinggi atau rendah. Sedangkan bagi siswa, kemampuan representasi matematis dapat meningkatkan wawasan dan kreatifitasnya, karena dengan diterapkannya representasi matematis siswa dilatih untuk dapat membuat, membangun, menerjemahkan suatu model dari suatu konsep matematika kedalam bentuk matematis baru.

Berdasarkan pemaparan latar belakang di atas, maka tulisan ini akan membahas tentang 1) pengertian representasi matematis, 2) hubungan representasi matematis dengan pemahaman matematika, 3) peranan representasi matematis, dan 4) beberapa contoh representasi matematis dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar.

## **II. PEMBAHASAN**

### **2.1 Pengertian Representasi Matematis**

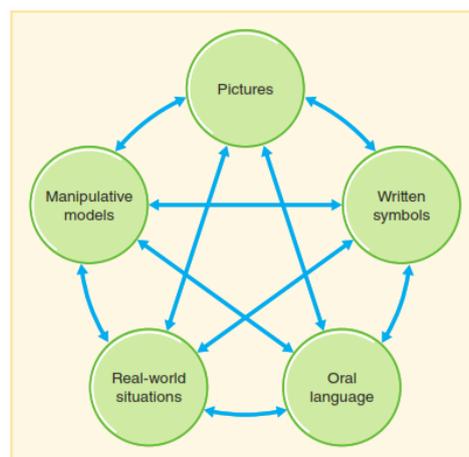
Menurut Dahlan & Juandi (2011), representasi merupakan gambaran mental dari proses belajar yang dapat dipahami melalui pengembangan mental yang ada dalam diri seseorang dan tercermin seperti yang divisualisasikan dalam wujud verbal, gambar, atau benda-benda kongkrit. Dalam matematika, Mustangin (2015) mengemukakan bahwa representasi adalah ungkapan-ungkapan dari ide-ide atau konsep-konsep matematika yang ditampilkan siswa sebagai model atau bentuk pengganti dari suatu situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi dari masalah yang sedang dihadapinya sebagai hasil dari interpretasi pikirannya. Suatu masalah dapat direpresentasikan melalui gambar, kata-kata (verbal), tabel, benda konkrit, atau simbol matematika. Van de Walle, Karp, & Bay-Williams (2013) mengemukakan bahwa simbolisme dalam matematika bersama dengan alat peraga seperti bagan dan grafik harus dipahami oleh siswa sebagai cara mengkomunikasikan ide matematika kepada orang lain.

NCTM (2000) menyebut istilah representasi sebagai proses dan produk yang dapat diamati secara eksternal serta yang terjadi "secara internal" dalam pikiran orang yang melakukan matematika. Dahlan & Juandi (2011) menambahkan bahwa representasi internal tentu saja tidak dapat diamati secara kasat mata dan akibatnya tidak dapat dinilai, apa yang ada di dalam pikiran (*minds on*) tidak diketahui. Namun demikian, perwujudan dari *minds on* tersebut akan terlihat

dalam perkataan (lisan) atau tulisan dalam bentuk pernyataan, simbol, ekspresi, notasi matematika, gambar, grafik, dan dalam bentuk lainnya. Perwujudan yang dapat dilihat tersebut dinamakan dengan representasi eksternal.

Minarni, Napitupulu, & Husein (2016) membedakan representasi menjadi dua, yaitu representasi visual dan non visual. Representasi visual meliputi grafik, tabel, sketsa / gambar, dan diagram. Sedangkan representasi nonvisual termasuk representasi numerik, dan persamaan matematis atau model matematis. Berbeda dengan Lesh, *et al.* (2003, dalam Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013) yang membedakan jenis representasi matematis menjadi lima, yaitu representasi situasi dunia nyata (*real-world situations*), model manipulatif (*manipulative models*), simbol tertulis (*written symbols*), bahasa lisan (*oral language*), dan gambar (*pictures*). Kelima jenis representasi ini saling berhubungan satu sama lain seperti pada gambar 1 di bawah ini. Lesh, *et al.* (2003, dalam Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013) menemukan bahwa anak-anak yang mengalami kesulitan menerjemahkan konsep dari satu representasi ke representasi lain juga mengalami kesulitan dalam memecahkan masalah dan memahami komputasi. Memperkuat kemampuan untuk berpindah di antara dan di antara representasi ini meningkatkan pemahaman dan retensi siswa (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013).

Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013) juga membedakan antara alat dan manipulatif. Alat dalam matematika mengacu pada objek, gambar, atau gambar apa pun yang mewakili suatu konsep matematika atau ke mana hubungan untuk konsep tersebut dapat diterapkan. Sedangkan manipulasi adalah benda fisik yang dapat digunakan siswa dan guru untuk mengilustrasikan dan menemukan konsep matematika, baik yang dibuat khusus untuk matematika (misalnya, kubus untuk pembelajaran geometri) atau untuk tujuan lain (misalnya, kancing atau kelereng untuk pembelajaran bilangan).



Gambar 1. Lima Jenis Representasi oleh Lesh, *et al.* (2003, dalam Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013)

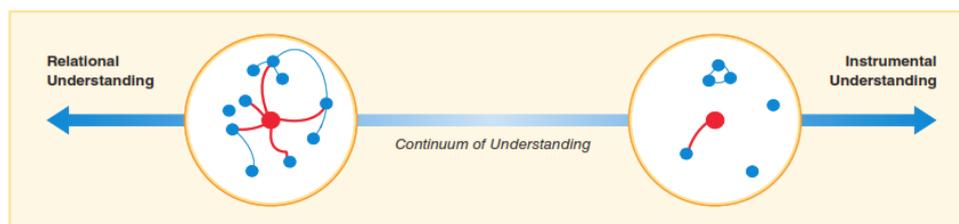
## 2.2 Hubungan Representasi Matematis dengan Pemahaman Matematika

Cara-cara di mana ide-ide matematika direpresentasikan adalah dasar bagaimana orang dapat memahami dan menggunakan ide-ide matematika itu (NCTM, 2000). Dengan kemampuan representasi yang dimiliki membantu siswa untuk menginterpretasikan apa yang ada dalam pikirannya (Hijriani, Rahardjo, & Rahardi, 2018). Sehingga apa yang disampaikan oleh siswa dapat dipahami melalui interpretasi yang dibuatnya. Kemampuan representasi siswa menjadi tolak ukur keberhasilan dalam belajar matematika. Semakin banyak representasi secara internal yang dapat direpresentasikan secara eksternal, semakin kuat kemampuan representasi orang tersebut. Memperkuat kemampuan untuk berpindah di antara dan di antara representasi ini meningkatkan pemahaman dan retensi siswa (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013).

Nickerson (1985, dalam Minarni, Napitupulu, & Husein, 2016) menjelaskan bahwa siswa memahami sesuatu jika,

- ia dapat melihat karakteristik konsep secara mendalam
- ia mencari informasi spesifik tentang suatu situasi dengan cepat
- ia mampu merepresentasikan situasi dan melihat situasi dengan model skema
- ia juga menggarisbawahi pentingnya pengetahuan dan kemampuan untuk menghubungkan pengetahuan.

Menurut Van de Walle, Karp, & Bay-Williams (2013), pemahaman dapat didefinisikan sebagai ukuran kualitas dan kuantitas hubungan yang dimiliki ide dengan ide yang ada. Pemahaman tergantung pada keberadaan ide-ide yang sesuai dan pada penciptaan hubungan ide yang baru, yang berbeda-beda pada setiap orang. Salah satu cara kita dapat berpikir tentang pemahaman adalah bahwa pemahaman itu ada di sepanjang kontinum dari pemahaman relasional hingga pemahaman instrumental. Pemahaman relasional yaitu mengetahui apa yang harus dilakukan dan mengapa, sedangkan pemahaman instrumental adalah sebaliknya, yaitu melakukan sesuatu tanpa pemahaman. Ilustrasi kontinum pemahaman (*continuum of understanding*) ini dapat dilihat pada gambar di bawah ini.



Gambar 2. Kontinum Pemahaman (dalam Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013)

Misalnya, kebanyakan siswa kelas 5 tahu sesuatu tentang pecahan. Diketahui pecahan  $\frac{6}{8}$ , mereka kemungkinan besar tahu cara membaca pecahan dan dapat mengidentifikasi 6 dan 8 berturut-turut sebagai pembilang dan penyebut. Mereka tahu itu setara dengan  $\frac{3}{4}$  dan lebih dari  $\frac{1}{2}$ . Siswa akan memiliki pemahaman yang berbeda mengenai suatu konsep, seperti pecahan senilai ini.

Mungkin beberapa dari mereka tahu bahwa  $\frac{6}{8}$  dapat disederhanakan menjadi  $\frac{3}{4}$  tetapi masih belum memahami bahwa  $\frac{3}{4}$  dan  $\frac{6}{8}$  mewakili jumlah yang identik. Beberapa orang mungkin berpikir bahwa menyederhanakan  $\frac{6}{8}$  menjadi  $\frac{3}{4}$  hanya membuatnya menjadi bilangan yang lebih kecil saja. Beberapa siswa akan dapat membuat gambar atau model untuk mengilustrasikan pecahan yang setara atau akan memiliki banyak contoh bagaimana  $\frac{6}{8}$  digunakan di luar kelas. Singkatnya, ada serangkaian ide yang sering dihubungkan oleh siswa dengan pemahaman individu mereka tentang pecahan. Siswa yang dapat menggambar diagram, memberi contoh, menemukan ekuivalensi (pecahan senilai), dan memperkirakan ukuran  $\frac{6}{8}$ , memiliki pemahaman ke arah relasional, sedangkan siswa yang hanya mengetahui nama dan prosedur untuk menyederhanakan  $\frac{6}{8}$  menjadi  $\frac{3}{4}$  memiliki pemahaman yang lebih dekat ke arah instrumental.

Berdasarkan teori representasi Bruner (dalam Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013), fokus instruksional bergerak dalam tiga tahapan representasi, yaitu bergerak dari 1) representasi konkret (bahan manipulatif) dan model, berpindah ke 2) representasi semi konkret (gambar atau gambar) dan gambar, dan terakhir ke tahap abstraksi (hanya menggunakan angka atau memecahkan masalah secara mental). Urutan tahapan ini dinamakan sebagai pendekatan pengajaran CSA

(*Concrete, Semi-Concrete, Abstract*) atau CRA (*Concrete, Representational, Abstract*) (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013). Ketika Anda berpikir tentang bagaimana pembelajaran harus berpindah dari konkret ke abstrak, penting untuk diingat bahwa konkret adalah istilah yang relatif (Reys, Lindquist, Lambdin, & Smith, 2014).

Misalnya, seorang anak sekolah dasar menganggap representasi yang konkret dengan menggabungkan dua kelereng dengan empat kelereng, tetapi  $2 + 4$  bukanlah hal yang konkret. Sementara ada anak lain yang mungkin melihat  $2 + 4$  sebagai representasi konkret dan  $x + y$  sebagai representasi abstrak. Simbol dan representasi formal dari ide-ide matematika mengikuti secara alami dari tingkat konkret, tetapi hanya setelah konseptualisasi dan pemahaman yang bermakna telah ditetapkan. Tanpa pemahaman seperti itu, anak-anak tidak merasa nyaman bekerja dengan simbol matematika, dan matematika tidak masuk akal bagi mereka.

### 2.3 Peranan Representasi Matematis

Menurut Reys, Lindquist, Lambdin, & Smith (2014), kekuatan representasi dapat dirasakan ketika representasi yang berbeda untuk sebuah ide dapat membawa kita ke cara yang berbeda untuk memahami dan menggunakan ide tersebut. Jones (2000, dalam Ariani, 2017) mengemukakan bahwa terdapat tiga alasan mengapa representasi merupakan salah satu dari proses standar, yaitu: 1) kelancaran dalam melakukan translasi (penerjemahan) di antara berbagai jenis representasi yang berbeda merupakan kemampuan dasar yang perlu dimiliki siswa untuk membangun suatu konsep dan berpikir matematis; 2) ide-ide matematika yang disajikan guru melalui berbagai representasi akan memberikan pengaruh yang sangat besar dalam mempelajari matematika; dan 3) siswa membutuhkan latihan dalam membangun representasinya sendiri sehingga siswa memiliki kemampuan dan pemahaman konsep yang baik dan fleksibel yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah. NCTM (2000) menyarankan bahwa representasi harus diperlakukan sebagai elemen penting dalam empat hal, yaitu 1) dalam mendukung pemahaman siswa tentang konsep dan hubungan matematika; 2) dalam mengkomunikasikan pendekatan matematika, argumen, dan pemahaman untuk diri sendiri dan orang lain; 3) dalam mengenali hubungan antara konsep matematika terkait; dan 4) dalam menerapkan matematika pada situasi masalah realistik melalui pemodelan.

Luitel (2002, dalam Mustangin, 2015) membedakan peranan representasi dalam 7 macam sebagai berikut:

- a. Representasi sebagai alat komunikasi (*source of communication*)  
Di dalam matematika, komunikasi merupakan hal yang sangat vital untuk keberhasilan pembelajaran. Secara umum, matematika dapat dipandang sebagai suatu bahasa. Dalam hal ini, representasi ide-ide matematika merupakan alat komunikasi dalam matematika sebagaimana kata-kata dalam kerja bahasa.
- b. Representasi sebagai indikator sikap siswa terhadap matematika (*indicator of students' attitude*)  
Siswa yang merasa tidak paham atau tidak bisa lambat laun akan mempunyai sikap tidak menyukai matematika. Sebaliknya, siswa yang bisa akan termotivasi untuk terus belajar matematika.
- c. Representasi sebagai bukti dari pemahaman matematika siswa (*evidence of probing understanding of learning*)  
Siswa yang mampu merepresentasikan suatu konsep baik dalam bentuk benda konkret, gambar atau simbolik menunjukkan pemahaman terhadap suatu konsep tersebut.
- d. Representasi sebagai alat penghubung antar konsep-konsep (*means of establishing links between the concept*)  
Representasi bukanlah entitas tunggal dari sesuatu, tapi merupakan ide-ide beragam dari relasi-relasi ekspresi matematika, konsep-konsep dan prinsip-prinsip. Lebih lanjut, representasi membantu memvisualisasi hubungan-hubungan antara konsep-konsep.

- e. Reperesentasi sebagai proses pengembangan yang berada dalam kontinum prosedural–konseptual (*developmental process that exist in procedural-conceptual continuum*)  
Informasi implisit yang tersimpan dalam otak berbentuk representasi internal. Informasi tersebut disimpan melalui suatu proses berulang (iteratif) yang disebut proses redeskripsi. Proses redeskripsi berlangsung dalam tiga fase, yaitu: prosedural, meta prosedural dan konseptual. Pada fase prosedural, siswa lebih berorientasi pada hasil dan menunjukkan kinerja algoritma mereka. Pada fase meta prosedural, sebagai contoh interpretasi dari algoritma dan rasionalisasi dari prosedur tersebut. Pada fase konseptual, siswa menunjukkan kontrol atas kontinum eksternal-internal di mana representasi diatur dalam jaringan mental siswa.
- f. Representasi sebagai alat mengatasi hambatan kognitif (*means of overcoming cognitive obstacles*)  
Hambatan kognitif terjadi ketika pengetahuan yang dimiliki dalam sistem kognitif tidak mampu menghadapi masalah-masalah baru, di mana pengetahuan siswa tersebut tidak cukup dan sulit untuk diadaptasi. Hambatan-hambatan tersebut dapat diatasi melalui meningkatkan kekuatan sistem representasional atau menghubungkan sistem-sistem representasional antara satu sama lain.
- g. Representasi sebagai bagian dari proses atau alat mengkonstruksi ide-ide matematika (*part of process or means of constructing mathematical ideas*)  
Sistem representasi dapat membantu mengembangkan kategori-kategori dan sub-sub kategori dari ide-ide yang direpresentasikan siswa.

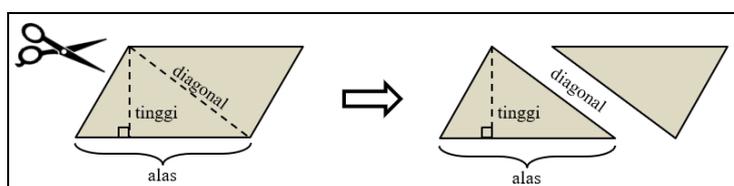
## 2.4 Contoh Representasi Matematis di Sekolah Dasar

Pada bagian ini, akan disajikan beberapa contoh representasi matematis mengenai konsep dasar segitiga, perkalian bilangan asli, pecahan senilai, dan pembagian bilangan asli dengan hasil bilangan pecahan.

### a. Contoh Representasi pada Konsep Dasar Segitiga

Pada pembelajaran awal geometri, pemahaman mengenai luas daerah segitiga tidak cukup hanya mengajarkan bahwa luas daerahnya adalah  $\frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$ . Ada sesuatu yang harus diinformasikan lebih lanjut bahwa mengapa rumus luas daerah segitiga adalah  $\frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$ . Perlu adanya kesepakatan dan pemahaman yang sama mengenai istilah alas dan istilah tinggi terlebih dahulu. Misalnya bahwa tinggi adalah jarak antara sebuah sudut dengan sisi yang berhadapan secara tegak lurus, sedangkan alas adalah sisi yang berhadapan dengan sudut tersebut.

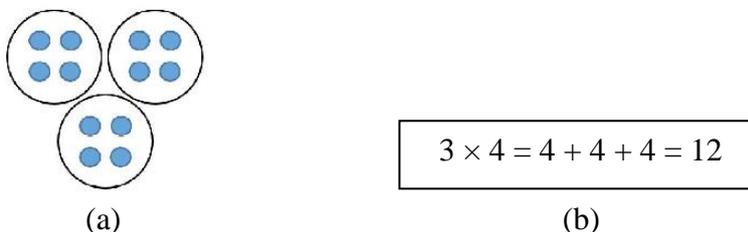
Selanjutnya, mengenai luas daerah segitiga tidak bisa kita hanya memberitahu secara gambling bahwa rumusnya adalah  $\frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$ . Sonnabend (2010) menyarankan bahwa rumus luas daerah segitiga dapat diperoleh dari turunan rumus luas jajar genjang. Luas daerah jajar genjang harus terlebih dahulu dipahami sebagai  $\text{alas} \times \text{tinggi}$  yang dimana ketika dipotong pada salah satu sisi diagonalnya maka akan terbentuk sebuah segitiga. Dan pembagian pada garis diagonal tersebut juga membagi dua sama besar daerah jajar genjang tersebut, sehingga diperolehlah bahwa luas daerah segitiga sama dengan setengah dari luas daerah jajar genjang. Guru dapat mengajak siswa untuk menyiapkan selembar kertas yang sudah berbentuk jajar genjang dan sebuah gunting sebagai representasi konkret.



Gambar 3. Representasi Potongan Jajar Genjang Menjadi Dua Buah Segitiga yang Sama dengan Media Kertas

b. Contoh Representasi pada Konsep Perkalian Bilangan Asli

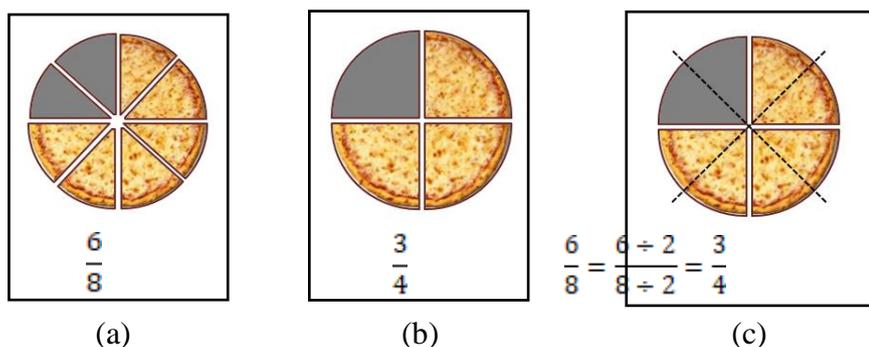
Seperti misalnya pada contoh yang diadopsi dari Ariyana (2019), bahwa ketika anak diminta untuk menentukan jumlah kaki dari 3 ekor sapi, maka anak-anak terlebih dahulu harus memiliki pengalaman melihat sapi, baik secara langsung maupun tidak. Ini merupakan representasi konkret. Ketika anak melihat gambar sapi menyerupai aslinya, maka ini merupakan representasi semi-konkret. Kemudian, dapat digambarkan juga sebuah representasi semi-konkret yang merepresentasikan jumlah kaki sapi dengan sebuah bulatan seperti pada Gambar 5 di bawah ini. Dan terakhir, representasi abstrak pada kasus ini adalah ketika anak menuliskan perkalian operasi perkalian dengan  $3 \times 4$ . Proses representasi ini akan memberikan petunjuk dan bukti bahwa representasi dari operasi  $3 \times 4$  berbeda dengan operasi  $4 \times 3$ . Representasi abstrak akan dipahami lebih mendalam oleh anak ketika telah melalui proses representasi dari konkret menuju abstrak seperti tadi.



Gambar 4. (a) Representasi Semi-Konkret dan (b) Representasi Abstrak pada Masalah Jumlah Kaki Sapi

c. Contoh Representasi pada Konsep Pecahan Senilai

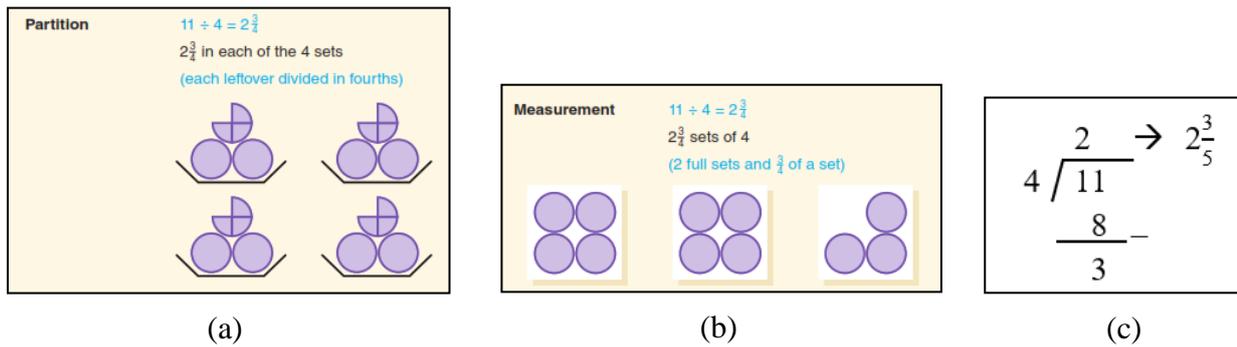
Di bawah ini adalah contoh representasi semi-konkret dari  $\frac{6}{8}$  dan  $\frac{3}{4}$  berupa potongan pizza.



Gambar 5. (a) Pizza yang dipotong menjadi 8 dan tersisa 6; (b) Pizza yang dipotong menjadi 4 dan tersisa 3; dan (c) Hubungan pecahan  $\frac{6}{8}$  dan  $\frac{3}{4}$  sebagai pecahan senilai (ekuivalen).

d. Contoh Representasi pada Konsep Pembagian Bilangan Cacah dengan Hasil Pecahan Campuran

Contoh terakhir adalah pembagian bilangan cacah yang menghasilkan sisa berupa pecahan. Dalam situasi dunia nyata, seringkali ditemukan pembagian bilangan asli yang tidak menghasilkan bilangan asli. Hasil pembagian yang memiliki sisa dapat diubah menjadi pecahan biasa, sehingga dalam hal ini hasil pembagiannya berupa bilangan pecahan campuran. Misalnya, pembagian 11 oleh 4, atau direpresentasikan dengan simbol  $11 \div 4$ , seperti pada Gambar 6 di bawah ini.



Gambar 6. Representasi dari Operasi  $11 \div 4$  dengan Cara (a) Partisi (Semi-Konkret), (b) Himpunan (Semi-Konkret), dan (c) Algoritma (Abstrak)

Gambar 6 (a) dan (b) diadopsi dari (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013). Siswa dapat memilih berbagai representasi untuk menunjukkan pemahamannya tentang masalah pada operasi  $11 \div 4$  yang akan menghasilkan bilangan pecahan. Dapat dilihat bahwa pada Gambar 6 (c) jauh lebih mudah dibandingkan dua gambar di sebelah kirinya. Namun, menurut Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013), meskipun menemukan jawaban dengan menggambar dan membuat daftar jelas kurang efisien dibandingkan dengan menggunakan algoritma pembagian panjang tradisional, representasi gambar akan lebih bermakna bagi anak-anak karena mereka baru mulai memperkuat pemahaman tentang konsep pembagian. Semakin banyak cara anak-anak diberikan untuk memikirkan dan menguji ide yang muncul, semakin besar kesempatan mereka akan membentuk dan mengintegrasikannya dengan benar ke dalam jaringan konsep yang kaya dan karena itu mengembangkan pemahaman relasional (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013).

### III. PENUTUP

Matematika yang sifatnya abstrak harus diajarkan dengan representasi yang dimulai dari konkret menuju ke abstrak. Tingkat perkembangan anak pada jenjang sekolah dasar adalah pada tahap operasional konkret yang dimana membutuhkan interaksi dengan benda fisik terlebih dahulu sebelum melangkah pada hal yang lebih abstrak. Tingkat konkret dan abstrak adalah relatif tergantung pada pemahaman masing-masing siswa. Representasi matematis dapat membantu pemahaman siswa sekolah dasar lebih baik mengenai konsep-konsep matematika. Representasi matematis dapat berupa lisan maupun tulis atau gambar. Semakin banyak dan beragam representasi yang mampu direpresentasikan oleh anak sendiri, semakin dalam pemahaman anak mengenai matematika. Representasi berkaitan dengan standar-standar proses lainnya dan membantu mengembangkan kemampuan anak pada standar proses lainnya tersebut, agar siswa dapat berpikir yang benar dan masuk akal baginya. Guru harus menyediakan fasilitas bagi anak untuk mengembangkan kemampuan representasi matematisnya guna menjadikan pembelajaran matematika menjadi lebih bermakna.

### DAFTAR PUSTAKA

Ariani, N. (2017). Peningkatan Kemampuan Representasi Matematis dan Motivasi Belajar Siswa melalui Model Pembelajaran Berbasis Proyek (Project Based Learning) di Kelas VII SMP Negeri 1 Torgamba Tahun Pelajaran 2016/2017. *Jurnal Pembelajaran dan Matematika SIGMA (JPMS)*, 3(1), 38-47.

- Ariyana, I. K. S. (2019, March). A Concept Without Representation is Still Limp: A Reflection on Elementary School Mathematics Learning on Interger Multiplication Operation Subject Matter. In *Proceeding International Seminar (ICHECY)* (Vol. 1, No. 1).
- Dahlan, J. A., & Juandi, D. (2011). Analisis Representasi Matematik Siswa Sekolah Dasar dalam Penyelesaian Masalah Matematika Kontekstual. *Jurnal Pengajaran MIPA*, 16(1), 128-138.
- Herdiman, I., Jayanti, K., & Pertiwi, K. A. (2018). Kemampuan Representasi Matematis Siswa SMP pada Materi Kekongruenan dan Kesebangunan. *Jurnal Elemen*, 4(2), 216-229.
- Hijriani, L., Rahardjo, S., & Rahardi, R. (2018). Deskripsi Representasi Matematis Siswa SMP dalam Menyelesaikan Soal PISA. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, dan Pengembangan*, 3(5), 603-607.
- Mahendra, N. R., Mulyono, M., & Isnarto, I. (2019, February). Kemampuan Representasi Matematis dalam Model Pembelajaran Somatic, Auditory, Visualization, Intellectually (SAVI). In *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* (Vol. 2, pp. 287-292).
- Minarni, A., Napitupulu, E. E., & Husein, R. (2016). Mathematical Understanding and Representation Ability of Public Junior High School in North Sumatra. *Journal on Mathematics Education*, 7(1), 45-58.
- Mustangin, M. (2015). Representasi Konsep dan Peranannya dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah. *Jurnal Pendidikan Matematika (JPM)*, 1(1), 15-21.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. United States of America: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Reys, R., Lindquist, M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2014). *Helping Children Learn Mathematics*. John Wiley & Sons.
- Sapitri, I., & Ramlah, R. (2020). Kemampuan Representasi Matematis dalam Menyelesaikan Soal Kubus dan Balok pada Siswa SMP. *Prosiding Sesiomadika*, 2(1c).
- Sonnabend, T. (2010). *Mathematics for teachers: An interactive approach for grades K-8 (4th Edition)*. USA: Nelson Education.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally (8th Edition)*. London: Pearson Education.